

Resumos Expandidos

Do Meme à Lenda do Xadrez: Modelagem Matemática em situações de crescimento exponencial

From Meme to Chess Legend: Mathematical Modeling in Exponential Growth Situations

Lucas Matias dos santos¹, Bianca Schueroff², Parmmenas Ferro da Silva¹, Patrick Ferreira¹, Daniela Barbieri Vidotti³

¹ Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí

² Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí

³ Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática (UEM). Docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí

✉ lucaslucacontato@gmail.com, biancaschueroff@gmail.com, parmmenasferro@gmail.com, tito_ferreira07@hotmail.com, daniela.barbieri@unespar.edu.br

Palavras-chave:

Modelagem Matemática;
Função Exponencial;
Função Logarítmica;
Ensino Médio.

Resumo

Este relato de experiência descreve o desenvolvimento de uma oficina envolvendo situações de crescimento exponencial, realizada com estudantes de uma turma de 3º ano do Curso de Jogos Digitais Integrado ao Ensino Médio, do Colégio Estadual de Paranavaí, no contexto do Estágio Supervisionado do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus Paranavaí. Fundamentada na Modelagem Matemática como abordagem pedagógica, empregou-se uma sequência composta por três tarefas investigativas, estruturadas a partir de situações-problema do cotidiano: uma escolha financeira, a lenda da criação do xadrez e a viralização de um meme. O objetivo geral foi possibilitar a compreensão dos conceitos de função exponencial e logarítmica a partir da modelagem de situações, usando estratégias investigativas e múltiplas representações. O desenvolvimento da oficina seguiu os momentos de convite, trabalho em grupo, socialização e formalização. Como resultado, observou-se o engajamento contínuo dos alunos, os quais participaram ativamente da construção dos conceitos matemáticos, partindo de suas próprias hipóteses e discussões. A experiência revelou-se positiva, tanto para os estudantes, que puderam aprender de forma significativa, quanto para os futuros professores, que vivenciaram na prática o potencial formativo de uma abordagem pedagógica investigativa.

Keywords:

Mathematical Modeling;
Exponential Function;
Logarithmic Function;
High School.

Abstract

This experience report describes the development of a workshop involving situations of exponential growth, conducted with students from the 3rd year of the Digital Games Technical Course integrated with High School at Colégio Estadual de Paranavaí, within the context of the Supervised Internship of the Mathematics Degree Program at the State University of Paraná – Paranavaí Campus. Grounded in Mathematical Modeling as a pedagogical approach, the workshop employed a sequence composed of three investigative tasks, structured around real-world problem situations: a financial choice, the legend of the invention of chess, and the viral spread of a meme. The general objective was to enable the understanding of exponential and logarithmic function concepts through the modeling of situations, using investigative strategies and multiple representations. The workshop followed the stages of invitation, group work, socialization, and formalization. As a result, continuous student engagement was observed,

with active participation in the construction of mathematical concepts, stemming from their own hypotheses and discussions. The experience proved to be positive both for the students, who were able to learn meaningfully, and for the future teachers, who experienced firsthand the formative potential of an investigative pedagogical approach.

1 INTRODUÇÃO

No ensino de funções exponenciais e logarítmicas, frequentemente, o professor se depara com o desafio de conectar conceitos abstratos a experiências significativas para os alunos. Tradicionalmente, a abordagem prioriza a manipulação de fórmulas e a construção de gráficos de maneira descontextualizada, o que pode gerar dificuldades de compreensão e baixo engajamento.

Buscando superar esse cenário, este trabalho relata uma experiência pedagógica fundamentada na Modelagem Matemática, envolvendo situações de crescimento exponencial, desenvolvida durante o Estágio Supervisionado II, em uma turma do 3º ano do curso de Jogos Digitais Integrado ao Ensino Médio, do Colégio Estadual de Paranavaí.

A escolha pela Modelagem Matemática se alinha à perspectiva de Barbosa (2001, p. 05), que a concebe como um "ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". Quanto a forma de conduzir as tarefas, adotou-se o "Caso 1" descrito pelo autor, no qual o professor apresenta uma situação-problema e, juntamente com os alunos, investiga caminhos para sua resolução, valorizando o processo investigativo em detrimento de modelos prontos.

Na sequência apresentamos o desenvolvimento da oficina, destacando as tarefas investigativas e a sua condução, a sistematização dos conceitos e as considerações finais.

2 DESENVOLVIMENTO

A condução da oficina buscou estabelecer um clima de acolhimento e colaboração, numa sequência didática, de 4 horas-aulas, fundamentada na Modelagem Matemática, organizada em quatro momentos principais¹: o convite, o trabalho em grupo, a socialização e a formalização. A turma foi dividida em quatro grupos. Os futuros professores atuaram como mediadores do processo, circulando entre os grupos, realizando intervenções pontuais por meio de questionamentos e observando a construção do raciocínio matemático.

2.1 As Tarefas Investigativas

A oficina foi composta por três situações-problema centrais, cada uma planejada para explorar determinado aspecto das funções exponenciais e logarítmicas.

A Tarefa 1, denominada "Prêmio Inesperado" serviu como "o convite", provocando a curiosidade dos alunos e instigando-os a iniciar uma investigação. Os alunos foram desafiados a escolher entre receber R\$ 1 milhão imediatamente ou uma quantia de R\$ 2,00 que dobraria de valor a cada dia por um mês. Organizados em grupos, eles deveriam construir tabelas, analisar o crescimento do valor e justificar sua

¹ Conforme Barbosa (2009), o ambiente de aprendizagem pode ser dividido entre os momentos citados.

escolha. A atividade visava levar os alunos a perceberem, por si mesmos, a natureza acelerada do crescimento exponencial, mesmo que o conceito ainda não tivesse sido formalizado. O enunciado pode ser visto no Quadro 1:

Quadro 1 - Enunciado da Tarefa 1, "Prêmio Inesperado"

Imagine que lhes foram dadas as seguintes opções:

Receber 1 milhão de reais hoje

ou

Começar com dois reais que dobram de valor a cada dia durante um mês inteiro

Qual vocês escolheriam?

_____ Responda as seguintes questões:

- Represente esta situação em uma tabela, indicando os dias e quanto você terá em cada um deles, até o décimo quinto dia.
- Decomponha em fatores primos o valor em reais que você teria em cada dia.
- Percebe alguma semelhança entre os dias e os expoentes dos fatores que foram decompostos? Explique com suas palavras.
- Represente em forma de função a situação-problema apresentada.
- e. Quanto você terá no 10º dia? E no 30º dia?

Fonte: Adaptada de Gonçalves de Menegais (2016).

Na Tarefa 2, denominada "Uma Recompensa Inesperada", apresentado no Quadro 2, esperava-se aprofundar o conceito de função exponencial, baseando-se na lenda da invenção do xadrez, popularizada por Malba Tahan. Nela, os alunos investigaram a quantidade de grãos de trigo em cada casa do tabuleiro, onde o valor dobrava a cada casa. Essa tarefa permitiu a transição da tabela para a representação algébrica, levando à função $f(x)=2x-1$ e consolidando a ideia de uma regra geral para o crescimento.

Quadro 2 - Enunciado da Tarefa 2, "Uma Recompensa Inesperada"

" Vocês já ouviram falar da lenda do xadrez? E se um simples pedido de recompensa se transformasse em um número que nem o mundo inteiro conseguiria pagar?"

Situação-problema

O xadrez é um dos jogos mais antigos do mundo. Diz uma lenda que ele foi inventado, há muitos séculos, na Índia. Foi aí que o rei Sheram, entusiasmado com o novo jogo, resolveu recompensar Sessa, o inventor do xadrez.

"Eu desejaria recompensar-te pelo teu maravilhoso invento", disse o rei, cumprimentando Sessa.

"Gostaria de satisfazer o teu mais caro desejo", continuou o rei.

Sessa, na sua humildade, disse: "Majestade, eu gostaria de receber um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro do xadrez, dois grãos pela segunda casa, quatro grãos pela terceira casa, oito grãos pela quarta, e assim sucessivamente, até completar as 64 casas".

Admirado e até mesmo irritado pelo pedido tão modesto, o rei ordenou que os sábios calculassem a recompensa. No dia seguinte, um deles informou o número total de grãos:

Total: 18 446 744 073 709 551 615 grãos

Só para ter ideia do tamanho desse número, se fosse plantado trigo em toda a face da Terra, levaríamos séculos para produzir tal quantidade!

Fonte: O Homem que Calculava – Malba Tahan

Sabendo disso, como podemos saber quantos grãos terão em cada uma dessas casas?

- É possível representar as primeiras cinco casas do tabuleiro, cada uma por uma potência, sabendo que era 1 grão para a primeira, 2 para a segunda e assim sucessivamente?
- Você consegue relacionar a ideia de função exponencial com esse problema? Explique com suas palavras.
- Podemos representar esse problema em termos de função? Justifique.
- Como você representaria a quantidade de grãos de trigo da casa número 64 do tabuleiro.

Fonte: Adaptada de Gonçalves de Menegais (2016).

A Tarefa 3, Um Post Viral (Quadro 3), introduziu um novo contexto: a viralização de um meme do Studio Ghibli, onde cada pessoa compartilha com três outras. O objetivo era não apenas trabalhar com uma base diferente ($a=3$), mas principalmente criar a necessidade de uma operação inversa para responder à pergunta: "Quantos compartilhamentos precisamos para um meme atingir pelo menos 100.000 pessoas?". Essa problematização abriu o caminho para a introdução do logaritmo como operação inversa à potenciação:

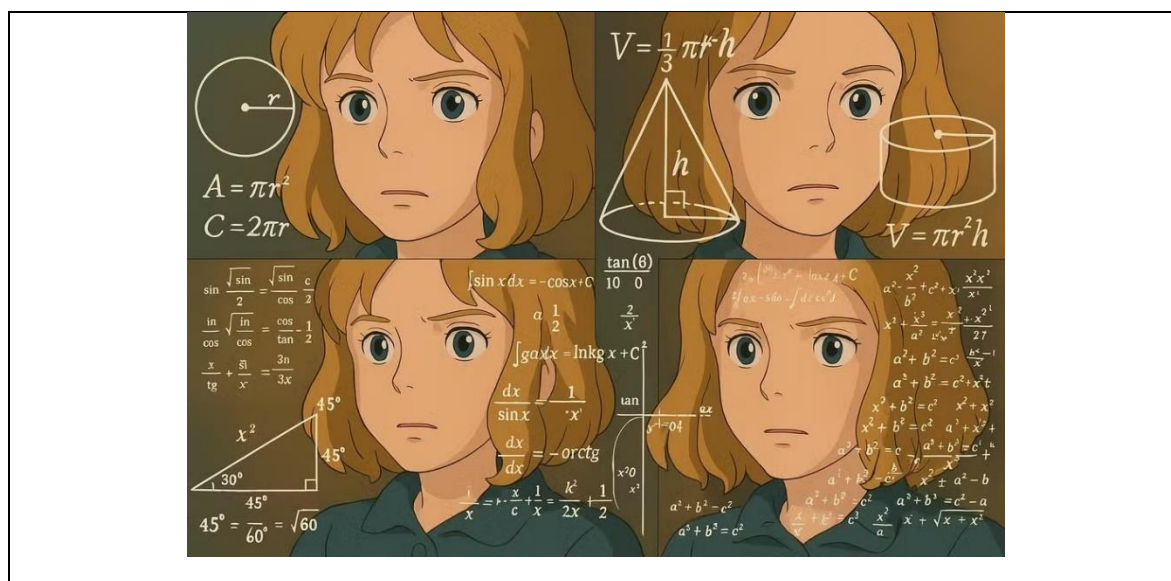
Quadro 3 - Enunciado da Tarefa 3, "Um Post Viral"

Convite:

" Vocês já pensaram sobre como memes viralizam? Quantas compartilhamentos precisamos para um meme atingir 100.000 pessoas?"

Situação-problema

Imagine que uma arte inspirada no universo do Studio Ghibli foi postada por uma fã nas redes sociais. Ela compartilhou a imagem com exatamente 3 amigos diferentes, todos fãs igualmente apaixonados por animação. Cada uma dessas 3 pessoas compartilhou a imagem com mais 3 amigos diferentes, e assim por diante, formando uma cadeia de compartilhamento em que cada pessoa compartilha a imagem com outras 3 novas pessoas, e todos compartilham uma única vez. Esse ciclo de compartilhamento se repete continuamente, sempre com 3 novos compartilhamentos por pessoa em cada nível.



Fonte: BLACK COMPANY. O segredo por trás da fúria do Ghibli: como o ChatGPT se transformou em uma sensação mundial.

- a) É possível construir uma tabela que represente a quantidade de pessoas que tiveram posse do conteúdo em cada nível de compartilhamento, até o 10º nível? Caso seja, represente-a. Considere a primeira fã como o nível 1.
- b) Podemos representar a quantidade de pessoas atingidas em cada nível usando potências de 3?
- c) Agora, escreva uma função que represente a quantidade de pessoas alcançadas no nível x .
- d) Se o post atingir 59.049 pessoas de uma única vez, quantas ondas de compartilhamento se passaram?
- e) Essa situação se parece com a lenda do xadrez? Quais são as semelhanças e as diferenças?
- f) No mundo real, o que pode interromper esse crescimento exponencial?

Fonte: Os autores (2025).

A aplicação da oficina revelou um alinhamento notável entre as respostas dos alunos e as previsões detalhadas no plano de aula, tanto em relação aos acertos quanto às dificuldades.

Inicialmente, uma dificuldade recorrente e prevista foi a tendência dos alunos em interpretar o crescimento exponencial como se fosse linear. Essa concepção errônea se manifestou em respostas como a suposição de que a função seria do tipo " $f(x) = 2x$ " ou a crença de que o prêmio de R\$ 1 milhão seria inalcançável, subestimando a velocidade do crescimento. As intervenções planejadas, baseadas em questionamentos que não entregavam a resposta, como "Se for $f(x) = 2x$, quanto daria no 3º dia? Confere com o que vocês colocaram na tabela?", foram cruciais. Elas guiaram os estudantes a confrontar suas hipóteses com os dados que eles mesmos geravam nas tabelas, levando-os a abandonar o modelo linear e a procurar por uma nova regularidade.

Conforme avançavam, os grupos demonstraram sucesso em construir as tabelas e, a partir delas, identificar o padrão de crescimento multiplicativo. A estratégia de decompor os valores em fatores primos, proposta na primeira tarefa, ajudou os alunos a perceberem a relação direta entre o número do dia e o expoente da potência de base 2. Essa percepção evoluiu, e os estudantes conseguiram generalizar os padrões em funções matemáticas, como $f(x) = 2^n$ na primeira tarefa e, com um maior nível de abstração, $f(x) = 2^{n-1}$ na segunda.

A terceira tarefa, "Um post viral", serviu para consolidar o conceito e introduzir a necessidade do logaritmo. Ao serem desafiados a descobrir quantos ciclos de compartilhamento seriam necessários para atingir 59.049 pessoas, os alunos se depararam com um problema inverso. Suas estratégias, como a fatoração por divisões sucessivas por 3 ou o uso de tentativas, materializaram a busca pelo expoente. Este momento foi essencial para que, na etapa de formalização, o logaritmo fosse compreendido não como um conceito abstrato, mas como uma ferramenta poderosa para responder à pergunta "quantos passos são necessários para atingir um valor?", conectando diretamente a teoria aos problemas investigados.

2.2 Sistematização e Avaliação

Após a socialização das resoluções de cada tarefa, a etapa de formalização foi conduzida de forma coletiva. Partindo das representações e discussões dos próprios alunos, foram sistematizados conceitos essenciais. No caso da função exponencial, foram abordadas a sua definição formal, as características do seu gráfico (crescimento e decrescimento) e a noção de taxa de variação. Em relação aos logaritmos, o

foco esteve na definição da operação como o inverso da exponenciação, explorando suas propriedades operatórias fundamentais que emergiram diretamente das tarefas.

A avaliação, contínua e qualitativa em linha com a perspectiva de Veleda e Burak (2020), concentrou-se no processo investigativo. Observou-se um engajamento dos alunos, manifestado pela participação ativa deles nos debates e pela persistência na busca por soluções. A argumentação dos estudantes evoluiu do uso de exemplos numéricos para a tentativa de generalizações, enquanto as estratégias utilizadas variaram desde a construção de tabelas e gráficos até a aplicação intuitiva das propriedades logarítmicas para simplificar os cálculos.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência demonstrou resultados positivos. Para os discentes, a abordagem investigativa transformou um tópico abstrato em uma jornada de descobertas. O engajamento observado, as discussões produtivas e a autonomia na resolução das tarefas evidenciaram que a conexão da matemática com a realidade a torna mais relevante.

Para os futuros professores, a oficina representou uma vivência importante no processo formativo. A atividade proporcionou a oportunidade de planejar, aplicar e avaliar uma proposta pedagógica que se afasta do modelo tradicional, exercitando o papel de mediador do conhecimento. A observação da construção de conceitos complexos a partir da investigação dos próprios alunos reforçou a convicção sobre o potencial da Modelagem Matemática.

Conclui-se que a experiência foi positiva para todos os envolvidos, atingindo seus objetivos de ensino e promovendo uma visão da Matemática como uma ciência viva e acessível. Espera-se que este relato possa inspirar outros educadores a explorarem práticas que coloquem os alunos como protagonistas de sua própria aprendizagem, tornando-a mais significativa, crítica e humana.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu, MG. Anais [...], Rio de Janeiro: ANPEd, 2001. 1 CD-ROM. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em: 23 abr. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Integrando modelagem matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 26, p. 17–25, mar. 2009. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/5>. Acesso em: 25 abr. 2025.

BLACK COMPANY. **O segredo por trás da fúria do Ghibli**: como o ChatGPT se transformou em uma sensação mundial. Disponível em: <https://blackcompany.com.br/tecnologia/o-segredo-por-tras-da-furia-do-ghibli-como-o-chatgpt-se-transformou-em-uma-sensacao-mundial/>. Acesso em: 23 abr. 2025.

GONÇALVES, Diego Bittencourt; MENEGAIS, Denice Aparecida Fontana Nixota. A modelagem matemática no estudo de funções exponenciais. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 6, n. 2, p. 71–81, mai./ago. 2016.

VELEDA, Gabriele Granada; BURAK, Dionísio. Avaliação em atividades com Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 25–54, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39991>. Acesso em: 25 abr. 2025.