

“Vai um”, “empresta um”: que operações matemáticas são essas?

“Take one”, “lend one”: what mathematical operations are these?

Alan Gabriel dos Santos de Almeida¹, Aline Vitória Taieti Cruz², Gean Gustavo de Oliveira Silva¹, Lara de Andrade Evangelista², Laís Maria Costa Pires de Oliveira³

¹ Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí

² Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí

³ Professora Colaboradora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Paranavaí. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática

✉ alan.almeida.610@estudante.edu.br, alinevitoriacruz42@gmail.com, ggean.7gustavo23@gmail.com, lara.andradeevangelista@gmail.com, laismariaa@gmail.com

Palavras-chave:

Educação Matemática;
Aritmética;
Material Dourado;
Números Naturais;
Adição e Subtração.

Resumo

Considerando a importância do ensino dos números naturais pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é importante que educadores matemáticos levem novas maneiras de representar os números para as salas de aulas, a fim de auxiliar os alunos no processo de aquisição da abstração matemática e entendimento do sistema decimal utilizado. Esse trabalho tem como objetivo elucidar questões referentes às operações aritméticas de adição e subtração como as comuns falas: “empresta um”, “vai um” e seus significados propriamente ditos. Para tal, utilizamos como principal meio de apoio o material dourado, criado por Maria Montessori no século XX e utilizado principalmente no Ensino Fundamental I. Foram exploradas as potencialidades do material e como ele pode auxiliar docentes e discentes na compreensão das operações de adição e subtração, assim como possíveis significados que essas operações podem ter. Ao final, conclui-se que o uso do material dourado como material auxiliar é mais um meio de enriquecer a experiência com a matemática, tanto para o aluno, quanto para o professor.

Keywords:

Mathematics Education;
Arithmetic;
Golden Material;
Natural Numbers;
Addition and Subtraction.

Abstract

Considering the importance of teaching natural numbers as established by the Brazilian Common National Curriculum Base (BNCC), it is essential that mathematics educators bring new ways of representing numbers into the classroom to assist students in the process of acquiring mathematical abstraction and understanding the decimal system. This work aims to elucidate issues related to the arithmetic operations of addition and subtraction, such as the common expressions “borrow one” and “carry one,” and their actual meanings. To this end, the golden material, created by Maria Montessori in the 20th century and primarily used in elementary education, was adopted as the main support tool. The study explored the potential of this material and how it can help teachers and students understand addition and subtraction operations, as well as the possible meanings these operations may convey. In conclusion, the use of the golden material as an auxiliary resource proves to be an effective means of enriching the mathematical experience for both students and teachers.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de números naturais é previsto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) em toda a trajetória de estudos de alunos da Educação Básica. O seu aprendizado nas séries iniciais reflete em séries futuras desse nível de ensino, já que, segundo o referido documento: “Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento” (Brasil, 2018, p. 268).

Também de acordo com a BNCC, no Ensino Fundamental I, os alunos devem aprender as operações de adição e subtração com os números naturais, possibilitando o desenvolvimento da habilidade (EF04MA03) “Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado” (Brasil, 2018, p. 291).

Entretanto, os alunos, muitas vezes, saem do Ensino Fundamental I com dificuldade em resolver essas duas operações fundamentais da matemática (adição, subtração). Isso pode estar relacionado à falta de compreensão do sistema numérico decimal e de suas características (base decimal, sistema posicional) e dos próprios algoritmos para resolução dessas operações.

A operação de adição pode ser relacionada a duas ideias principais: juntar e acrescentar. Segundo Moretti e Souza (2015, p. 83): “Embora ambas resultem formalmente na mesma operação aritmética, elas implicam formas de pensar bastante distintas por parte da criança” Já a operação de subtração pode ser atrelada aos conceitos de retirar, comparar e completar.

Ao trabalhar em sala de aula com a adição e a subtração no conjunto dos números naturais, muitos professores usam termos como: “sobe dois”, “empresta um” no processo de resolução dos respectivos algoritmos... Mas, que significados matemáticos possuem essas ações?

Fica nítido, quando questionamos essas falas, que muitos educadores matemáticos, em formação inicial ou continuada, não compreendem verdadeiramente o processo e as ideias matemáticas que as sustentam, isto é, a operação matemática que acontece. Ao ensinar esses macetes, ou seja, esses truques para facilitar a execução das operações de adição e subtração aos alunos, perpetuam-se concepções equivocadas acerca dessas operações e das características dos números naturais.

Nesse sentido, com o intuito de possibilitar a professores de matemática a produção de significados matemáticos coerentes para falas como “sobe um” e “empresta um”, a última autora deste trabalho, professora responsável pela disciplina de Ensino de Números e Álgebra, propôs o estudo das operações de adição e subtração com o apoio do Material Dourado a acadêmicos do 2º ano da Licenciatura em Matemática. Neste relato são apresentadas vivências e reflexões dos futuros professores referentes a esse estudo.

Na seção seguinte é relatada a experiência e na sequência finalizamos o texto com algumas considerações.

2 O RELATO DA EXPERIÊNCIA

Durante as aulas da disciplina de Ensino de Números e Álgebra, foram trabalhadas as quatro operações fundamentais, adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos números naturais, com o apoio

de materiais manipulativos, como o Material Dourado, sob orientação da professora responsável pela disciplina, última autora deste trabalho.

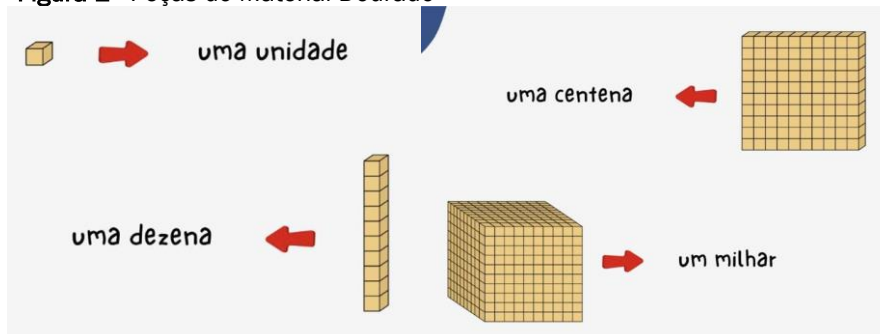
O trabalho foi realizado com o intuito de possibilitar aos futuros professores conhecerem materiais manipulativos que podem apoiar o ensino e a aprendizagem de operações com números naturais e de promover discussões acerca das potencialidades e fragilidades desses materiais no que se refere ao motivo da execução dos algoritmos tradicionais.

Os futuros professores se organizaram em pequenos grupos, um deles, formado pelos autores deste texto, para explorar o Material Dourado e realizar as referidas operações utilizando-o. Todos nós já conhecíamos o Material Dourado, pois já havíamos trabalhado com ele em sala de aula na Educação Básica. Porém, naquela época estávamos no papel de alunos e o contato com o material estava restrito à sua funcionalidade no apoio da resolução dos algoritmos tradicionais de soma e subtração. Agora, no curso de licenciatura em matemática, assumimos o papel de professores no trabalho com este material, o que demandou outras explorações e reflexões.

Com o estudo mais aprofundado do Material Dourado, incluindo seu processo de criação, a intencionalidade de sua criadora, potencialidades e fragilidades pudemos conhecê-lo de maneira aprofundada, o que nos possibilitou (re)significar o material e seu uso.

Em um primeiro momento, fomos apresentados ao Material Dourado (Figura 1), exploramos suas peças, formadas por pequenos cubos e por agrupamentos desses cubos.

Figura 1 - Peças do Material Dourado



Fonte: Os autores.

Percebemos a equivalência entre as peças e seus possíveis agrupamentos (Figura 2): uma barra equivale a um agrupamento de 10 pequenos cubos, uma placa corresponde ao agrupamento de 10 barras, cada uma delas formada por 10 cubos, isto é, uma placa corresponde a 100 pequenos cubos; já o cubo corresponde a agrupamentos de 10 placas, formadas cada uma delas por 10 barras, que por sua vez são formadas por dez pequenos cubos, de outro modo, um cubo grande equivale a 1000 pequenos cubos.

Figura 2 - Relação entre peças do Material Dourado



Fonte: Os autores.

Junto com o material dourado, conhecemos e exploramos o Quadro Valor de Lugar, utilizado como apoio para as operações fundamentais, particularmente adição e subtração com o Material Dourado (Figura 3). No quadro, colunas são identificadas pelas iniciais dos termos “unidade” (U), ordem de menor valor dentre os números naturais, “dezena” (D); “centena” (C); e “Unidade de Milhar” (UM), identificando as peças do Material Dourado que podem ser utilizadas na realização de operações matemáticas, como referimos anteriormente.

Figura 3 - Quadro Valor de Lugar



Fonte: Os autores.

A utilização dos dois materiais de maneira articulada, é necessária já que uma limitação do Material Dourado “[...] é que ele não explicita o valor posicional, uma vez que os cubos, barras e placas podem ser colocados em qualquer posição e o valor final da quantidade não muda, mesmo que [o aluno] não considere a ordem crescente dos agrupamentos da direita para a esquerda” (Moretti; Souza, 2015, p. 77). Sua utilização acontece da seguinte maneira:

Usamos o quadro valor de lugar como uma forma de apoio na realização dos cálculos, neste caso, da adição e subtração no conjunto dos números naturais. Clarificamos que essa associação com o quadro de valor de lugar é meramente exemplificativa, a fim de comparar as peças do material entre si. É importante ressaltar que as peças colocadas correspondem a uma unidade de cada peça, para mostrar que o cubo grande realmente equivale a 1000 unidades (sendo cada unidade o cubo pequeno), que a placa corresponde a 100 unidades e que a barra corresponde a 10.

Para isso, fazemos a representação dos valores que queremos calcular, de acordo com o valor posicional de cada algarismo do número. Com o apoio do quadro, podemos realizar com mais facilidade operações matemáticas e também compreender as transformações que ocorrem, entre as ordens, por exemplo, quando uma quantidade em uma ordem extrapola o valor 10, da base decimal, e precisa ser reorganizada em uma ordem superior (10 unidades que equivale a 1 dezena).

Com enfoque na operação de adição com o apoio do Material Dourado, podemos evidenciar um dos possíveis significados que a operação de adição pode assumir: a ideia de juntar.

Juntar refere-se a um conjunto formado por elementos quaisquer ao qual nos juntamos outra quantidade de elementos de outro conjunto diferente. Por exemplo, temos, em uma caixa, 523 palitos de sorvete, e em outra caixa, mais 644 palitos de sorvete. Se juntarmos as duas quantidades teremos uma caixa com 1167 palitos de sorvete.

Para fazer a adição no material, primeiro devemos representar os 2 valores e depois juntá-los. Demonstração de uma adição feita com o uso do material dourado e com o apoio do quadro valor de lugar:

Quadro 1 - Adição utilizando o material dourado e o quadro valor de lugar

	Primeiro demonstramos as duas parcelas envolvidas na adição, que será: $523 + 644$
	Iniciamos a operação pela ordem das unidades: $3 + 4 = 7$
	Após as unidades, somamos as ordens da dezena: $2 + 4 = 6$
	Agora, a soma da ordem das centenas: $5 + 6 = 11$ Temos 11 centenas no total, o que exige uma transformação entre ordens. 11 centenas correspondem a uma unidade de milhar mais uma centena restante. Logo: $523 + 644 = 1167$

Fonte: Os autores.

Com o apoio do Material Dourado, é possível mostrar de maneira matematicamente coerente o que é a ação “vai um” na adição: há uma transformação entre as ordens, como agora temos 11 centenas devemos fazer a transformação dessa quantidade para a unidade de milhar, isso porque estamos operando em uma base dez. Como 10 centenas equivalem a 1 unidade de milhar (o que pode ser observado com o apoio do material manipulativo, empilhando as placas ao lado do cubo grande), podemos fazer a transformação perfeitamente, como mostrado abaixo:

Figura 4 - Representação de transformação entre as ordens



Fonte: Os autores.

Desse modo, a operação de adição de $523 + 644$ resulta em 1167. Então, temos um cubo, uma plaquinha, seis barrinhas e sete cubinhos.

Para a operação de subtração, podemos explorar, com o apoio do Material Dourado, um de seus três significados, qual seja, retirar. Este significado envolve a variação de quantidades em um mesmo conjunto do qual serão retirados elementos.

Para representar a subtração, organizamos o quadro de Valor de Lugar de maneira distinta, representamos apenas o valor do minuendo e dessa representação retiramos o valor do subtraendo.

Como exemplo, vamos realizar a operação $1235 - 422$:

Quadro 2 - Subtração utilizando o material dourado e o quadro valor de lugar

	Primeiro, representa-se a quantidade referente ao minuendo: 1235 A começar pela ordem das unidades, retiram-se duas unidades desse número: $5 - 2 = 3$
	Fazemos a mesma coisa com a dezena, e retiramos duas barrinhas que representam a ordem das dezenas: $3 - 2 = 1$
	A operação que ocorre na ordem das centenas é a seguinte: $2 - 4$ O que não é possível sem uma transformação entre ordens.

Fonte: Os autores.

Aqui mostra o motivo de termos que “emprestar um”, que no caso significa que teremos que fazer uma transformação, que na subtração é feita sempre pela ordem maior (se precisarmos de 1 centena iremos transformar um cubo em 10 centenas, assim conseguindo realizar a operação). Como mostrado na imagem a seguir:

Figura 5 - Exemplo de transformação entre ordens na subtração



Fonte: os autores.

Dessa forma, a operação de subtração de $1235 - 422$ resulta em 813. Então, temos oito plaquinhas, uma barrinha e três cubinhos.

Observe que a justificativa para as ações “vai um” e “empresta um”, comumente tomadas como operações matemáticas, se referem à mudança de ordem decorrente do agrupamento e desagrupamento dos valores posicionais de cada algarismo que compõe um número, nestes casos, respectivamente de uma ordem menor para uma ordem maior (sobe um ou vai um) e de uma ordem maior para uma ordem menor (empresta um).

Dessa forma, o material dourado pode auxiliar alunos de diferentes níveis escolares e (futuros) professores a compreenderem essas ações com significados matematicamente coerentes, trazendo um exemplo tangível (mais real) dessas operações articuladas a algoritmos abstratos. De acordo com Moura (2020):

“A importância do material dourado se faz exatamente no esclarecimento de conceitos e de ideias matemáticas que são postas em segundo plano para a valorização de mace-tes ou falas inapropriadas. Por isso o material dourado é importante, pois traz cálculos abstratos para uma representação concreta. Podemos apresentar o material dourado e estimular os alunos a representar números, operar e por fim aplicar esses conhecimentos no seu cotidiano como operações simples associadas ao meio social onde o aluno está inserido. (MOURA, 2020, p. 106).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em um primeiro momento, a proposta de trabalhar com o material dourado nos pareceu simples por ser um material muito conhecido e já havíamos tido contato na Educação Básica (mesmo que brevemente). Entretanto, ao manipular o material para realizar as operações, notamos como as operações “básicas” da matemática possuem significados dos quais não entendemos plenamente.

Ao longo da disciplina, com a realização das atividades propostas pela professora, tivemos a oportunidade de perceber a importância desse modelo de aula para futuros professores da Educação Matemática. Conseguimos, por exemplo, assimilar melhor o que acontece nas operações matemáticas (principalmente nas operações de adição e subtração) com o auxílio do quadro valor de lugar.

Além das potencialidades, houve discussões e reflexões feitas em sala com a turma sobre as limitações do material dourado como material de apoio. Além das limitações comuns à materiais manipuláveis, nota-se que o material dourado não estabelece a posição de ordem de cada algarismo, havendo a necessidade de utilizá-lo com um quadro valor de lugar para um entendimento mais completo, por exemplo. Também existe a dificuldade de se operar com números muito altos ou muito baixos, como números que passam de uma casa de milhar e números menores do que um.

Entretanto, o material dourado é um rico auxílio para ser levado a alunos da educação básica - especialmente alunos do Ensino Fundamental I - e alunos do ensino superior, tendo em vista futuras atuações na docência. O material possui um auxílio muito eficaz no ensino do nosso sistema decimal e das operações aritméticas fundamentais, se corretamente alinhado com o estudo teórico e bem aplicado pelo professor.

Ademais, também é um bom meio para desenvolver pesquisas visando envolver não apenas a aprendizagem dos menores, mas também trazendo alunos mais velhos para uma percepção diferente do que o material pode proporcionar. Trazer as potencialidades deste material para as salas de aula na educação básica e ensino superior é promissor, tendo em vista tudo o que foi apresentado anteriormente.

As informações coletadas foram registradas no perfil na rede social Instagram, @matematica_unespar.pvai. O perfil é dedicado ao curso de Matemática - Licenciatura do campus de Paranavaí da Unespar. Foram realizadas quatro publicações no feed do Instagram do curso sobre o material dourado e três das quatro operações fundamentais (adição, subtração e divisão), com o intuito de alcançar professores e futuros professores da Educação Básica e melhorar o desempenho dos alunos.

5 REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. de. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Princípios e Práticas Pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.

MOURA, J. S. de.; ALBUQUERQUE, I. O. O Ensino da Adição e Subtração no Ensino Fundamental com o Auxílio do Material Dourado. **Multidebates**, v. 4, n. 5, p. 95-108, 2020.